

TÍNH TOÁN LỰC CỦA DÒNG CHẢY TÁC DỤNG LÊN PROFILE CÁNH BẰNG PHƯƠNG TRÌNH ĐỘNG LƯỢNG VÀ XẤP XỈ HÀM ĐA THỨC

Nguyễn Văn Tuệ¹

Tóm tắt: Trong bài báo này, tác giả trình bày một phương pháp xác định lực thủy động tác dụng lên profile cánh trong dòng chất lỏng không nén được, dựa trên phương trình cân bằng động lượng với các trường vận tốc và áp suất đã được số hóa. Điểm khác biệt của phương pháp đề xuất nằm ở việc lựa chọn miền tích phân dạng đĩa tròn bao quanh profile cánh, cho phép áp dụng hiệu quả trong các bài toán xác định lực thủy động lên profile dao động. Trên cơ sở đó, các thành phần lực thủy động được thiết lập và phân tích một cách tường minh, qua đó làm rõ đóng góp của các cơ chế vật lý khác nhau vào lực tổng hợp. Kết quả nghiên cứu là cơ sở cho các ứng dụng trong lĩnh vực thủy – khí động lực học bất ổn định và các bài toán tương tác giữa chất lỏng với vật thể chuyển động.

Từ khóa: Phương trình cân bằng động lượng, lực cản, lực nâng, nội suy và xấp xỉ hàm, đo lường không xâm nhập.

1. GIỚI THIỆU

Trong các bài toán thủy – khí động lực học, việc xác định chính xác lực tác dụng lên profile cánh là một vấn đề cơ bản, có ý nghĩa quan trọng trong phân tích tính ổn định và hiệu suất của các hệ thống kỹ thuật. Các ứng dụng điển hình có thể kể đến như đánh giá lực cản và lực nâng tác dụng lên cánh máy bay, cánh tua bin, cánh bơm cũng như nhiều thiết bị chuyên đổi năng lượng khác.

Theo cách tiếp cận truyền thống, lực thủy – khí động thường được xác định thông qua phân bố áp suất trên bề mặt profile. Tuy nhiên, trong thực nghiệm cũng như mô phỏng số, việc đo hoặc trích xuất chính xác áp suất bề mặt gặp nhiều khó khăn, đặc biệt đối với các dòng chảy bất ổn định. Trong những thập kỷ gần đây, cùng với sự phát triển của các kỹ thuật đo lường không xâm nhập như PIV (Particle Image Velocimetry), nhiều phương pháp đánh giá lực dựa trên dữ liệu trường vận tốc toàn phần đã được đề xuất. Các phương pháp này cho phép tránh được những hạn chế của phép đo lực tiếp xúc truyền thống, đồng thời cung cấp cái nhìn sâu sắc hơn về cơ chế hình thành lực trong dòng chảy.

Trong số các cách tiếp cận hiện có, có thể kể đến các phương pháp dựa trên phương trình cân bằng động lượng (Kurtulus, et al., 2007), phương pháp xung lượng xoáy (Noca, et al., 1999) và phương pháp dựa trên lưu số vận tốc (Oudheusden, et al., 2007). Nhiều nghiên cứu so sánh đã chỉ ra rằng các phương pháp này cho kết quả tương đương trong nhiều trường hợp nghiên cứu. Tuy nhiên, phương

pháp sử dụng phương trình cân bằng động lượng được đánh giá cao nhờ sự vững chắc về mặt vật lý và khả năng liên hệ trực tiếp với các đại lượng cơ bản của dòng chảy. Dù vậy, việc áp dụng phương pháp này cho các bài toán vật thể chuyển động hoặc dao động vẫn đặt ra nhiều thách thức, đặc biệt liên quan đến xử lý số học các số hạng tích phân và độ nhạy đối với nhiễu của dữ liệu thực nghiệm.

Trên cơ sở đó, bài báo này trình bày một khuôn khổ áp dụng phương trình cân bằng động lượng trên một miền bao quanh profile, kết hợp với kỹ thuật xấp xỉ hàm đa thức cho các trường vận tốc và áp suất. Mục tiêu là xây dựng một quy trình tính toán hiệu quả và ổn định, cho phép đánh giá chính xác lực cản và lực nâng tác dụng lên profile, đồng thời làm rõ đóng góp của từng thành phần lực trong phương trình cân bằng động lượng.

Bài báo này là phần tiếp theo của chuỗi nghiên cứu đã được công bố trong các số trước của Tạp chí Khoa học Kỹ thuật Thủy lợi & Môi trường (Văn Tuệ & Tường Vi, 2023), (Văn Tuệ, 2025), trong đó các kỹ thuật đo PIV cũng như các phương pháp nội suy và xấp xỉ hàm đa thức đã được trình bày chi tiết. Nội dung của bài báo hiện tại tập trung vào việc phát triển và áp dụng phương pháp tính lực dựa trên phương trình cân bằng động lượng.

2. CƠ SỞ LÝ THUYẾT VÀ PHƯƠNG PHÁP TÍNH

2.1. Thiết lập bài toán

Xét một profile dao động trong dòng chất lỏng không nén được. Chuyển động của profile được giả thiết là dao động quanh một điểm cố định nằm ở 1/4 chiều dài dây cung phía trước. Mục tiêu là xác định lực tổng hợp $\vec{F}(t) = [D(t), L(t)]^T$ tác dụng lên mặt cắt cánh, trong đó $D(t)$ là lực cản và $L(t)$ là lực nâng.

¹Bộ môn Kỹ thuật Hệ thống công nghiệp, Khoa Cơ khí, Trường Đại học Thủy lợi

Trên cơ sở định luật II Newton, áp dụng cho một thể tích tính toán bao quanh profile, lực tổng hợp

$\vec{F}(t)$ có thể được xác định thông qua dạng tích phân của phương trình cân bằng động lượng như sau:

$$\vec{F}(t) = -\rho \iiint_V \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} dV - \rho \iint_S (\vec{V} \cdot \vec{n}) \vec{V} dS - \iint_S p \vec{n} dS + \iint_S \bar{\tau} \vec{n} dS \quad (1.a)$$

Trong đó

$\vec{n}$: véc tơ pháp tuyến trên bề mặt bao ngoài S ;

ρ : khối lượng riêng của chất lỏng (kg/m^3);

$\vec{V}$: véc tơ vận tốc của dòng chất lỏng;

$\bar{\tau}$: tensor ứng suất.

Trong trường hợp miền tính toán có sự dịch chuyển, David và các cộng sự đã đưa ra công thức để xác định lực $\vec{F}(t)$ có tính đến vận tốc của thể tích tính toán (David, et al., 2009):

$$\vec{F}(t) = -\rho \iiint_V \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} dV - \rho \iint_S (\vec{V} \cdot \vec{n}) (\vec{V} - \vec{V}_s) dS - \iint_S p \vec{n} dS + \iint_S \bar{\tau} \vec{n} dS \quad (1.b)$$

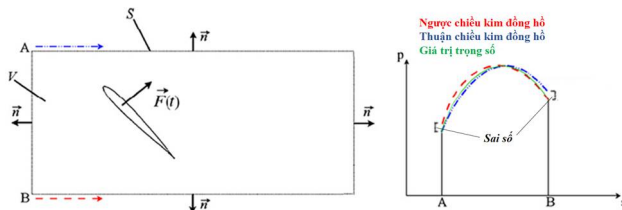
Trong đó $\vec{V}_s$ là vận tốc của thể tích tính toán.

Hai số hạng đầu tiên và số hạng cuối cùng ở vế phải của phương trình (1) có thể thu được từ các phép đo thực nghiệm TR-PIV. Chúng lần lượt biểu thị sự biến thiên động lượng bên trong thể tích tính toán, sự đối lưu và ảnh hưởng của lực nhớt trên bề mặt thể tích tính toán. Việc tính toán số hạng áp suất đòi hỏi phải biết trường áp suất tương đối trên bề mặt ngoài của thể tích tính toán, thu được bằng cách tích phân gradient của nó, quy trình này đã được tác giả mô tả trong (Văn Tuệ, 2025).

2.2. Lựa chọn miền tính toán

Trong khuôn khổ bài báo này, bài toán được giới hạn trong không gian hai chiều (2D), tương ứng với mặt cắt profile và giả thiết dòng chảy phẳng, ký hiệu $\vec{v} = (u_n, v_n)$ được sử dụng cho trường vận tốc hai chiều.

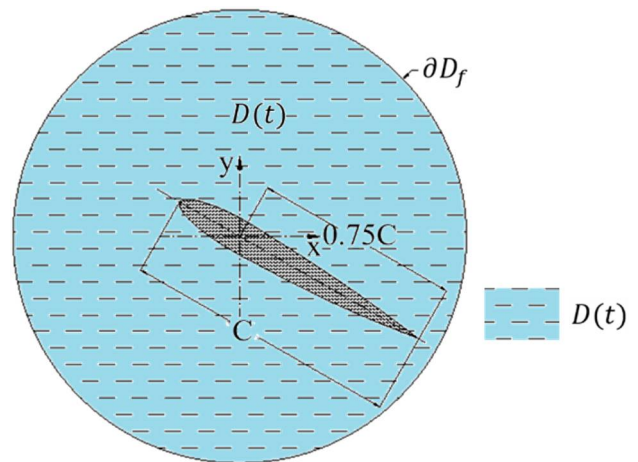
Trong các nghiên cứu trước đây (David, et al., 2009), (Jardin, et al., 2009), miền tính toán được lựa chọn là miền hình chữ nhật (Hình 1). Ưu điểm của miền này là việc tính diện tích của nó trong trường hợp profile tĩnh hết sức đơn giản. Tuy nhiên, đối với các trường hợp profile dao động thì lại hoàn toàn khác, việc duy trì vị trí tương đối giữa profile và miền tính toán sẽ làm tăng khối lượng tính toán và độ phức tạp lên rất nhiều. Đặc biệt khi profile dao động với nhiều tần số và biên độ khác nhau.



Hình 1. Biểu diễn miền tính toán được sử dụng cho phương trình cân bằng động lượng (David, et al., 2009)

Để giải quyết bài toán 2D cho trường hợp profile dao động, tác giả đề xuất sử dụng miền có dạng đĩa tròn, có tâm trùng với tâm quay của profile, bán kính $R = k \times C$ (với C là chiều dài dây cung, $k > 0.75$). Lựa chọn này nhằm đảm bảo profile luôn nằm trọn trong miền tính toán. Đồng thời, thông qua việc khai thác các tính chất đối xứng của tích phân các hàm lượng giác, các biểu thức tính lực được đơn giản hóa đáng kể, giúp giảm khối lượng và tăng tính ổn định trong tính toán.

Lúc này phần diện tích tính toán $D(t) = D_0(t) - \text{profile}(t)$, với $D_0(t)$ là diện tích của toàn bộ đĩa tròn có bán kính R (Hình 2).



Hình 2. Miền tính toán sử dụng cho phương trình cân bằng động lượng

Để có được các phương trình mô tả lực tổng hợp, ta bắt đầu với phương trình Navier-Stokes cho dòng chất lỏng không nén được, sau đó tích phân phương trình này trên miền $D(t)$.

$$\rho \left(\iint_{D(t)} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \text{grad } \vec{v}) dS \right) = - \iint_{D(t)} \text{grad } p dS + \nu \iint_{D(t)} \Delta \vec{v} dS$$

Trong đó $\vec{v}$ là vận tốc của dòng chất lỏng. (chu vi hình tròn) và biên trong trùng với đường biên của
 Với đường biên của miền tính toán $D(t)$ được ký hiệu là $\partial D(t)$, bao gồm hai phần: biên ngoài cố định ∂D_f profile cánh $\partial D_{pr}(t)$, công thức lúc này trở thành:

$$\rho \left(\iint_{D(t)} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dS + \iint_{\partial D(t)} (\vec{v} \cdot \vec{n}) \vec{v} dl \right) = - \iint_{\partial D(t)} p \vec{n} dl + \nu \iint_{\partial D(t)} \text{grad } \vec{v} \cdot \vec{n} dl$$

Nếu tốc độ dịch chuyển của miền $D(t)$ là $\vec{w}(x, y, t)$, lúc này ta có:

$$\iint_{D(t)} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dS = \frac{d}{dt} \iint_{D(t)} \vec{v} dS - \iint_{\partial D(t)} (\vec{w} \cdot \vec{n}) \vec{v} dl$$

Với các điều kiện biên:

$\vec{v} - \vec{w} = 0$ trên đường biên profile $\partial D_{pr}(t)$

$\vec{w} \cdot \vec{n} = 0$ trên đường biên ngoài $\partial D_f(t)$

Công thức xác định lực tổng hợp $\vec{F}(t)$ lúc này được mô tả như sau:

$$\vec{F}(t) = -\rho \underbrace{\frac{d}{dt} \iint_{D(t)} \vec{v} dS}_{\text{lực bất ổn}} - \rho \underbrace{\int_{\partial D_f(t)} \vec{v} (\vec{v} \cdot \vec{n}) dl}_{\text{lực đối lưu}} - \underbrace{\int_{\partial D_f(t)} p \cdot \vec{n} dl}_{\text{áp lực}} + \nu \underbrace{\int_{\partial D_f(t)} \text{grad } \vec{v} \cdot \vec{n} dl}_{\text{lực nhớt}} \quad (2)$$

Để tiện theo dõi, ta đặt:

$$\vec{F}(t) = -\rho \vec{F}_1(t) - \rho \vec{F}_2(t) - \vec{F}_3(t) + \nu \vec{F}_4(t) \quad (3)$$

Trong đó

$\vec{F}_1$: thành phần lực do tính bất ổn định của dòng chảy gây ra;

$\vec{F}_2$: thành phần lực đối lưu;

$\vec{F}_3$: thành phần lực do áp suất;

$\vec{F}_4$: thành phần lực ma sát nhớt.

Nếu xét riêng theo các phương Ox và Oy , ta có:

$$F_x(t) = -\rho F_{1x}(t) - \rho F_{2x}(t) - F_{3x}(t) + \nu F_{4x}(t)$$

$$F_y(t) = -\rho F_{1y}(t) - \rho F_{2y}(t) - F_{3y}(t) + \nu F_{4y}(t)$$

2.3. Tính toán giải tích các thành phần lực

Trên cơ sở lựa chọn miền tích phân như trên, các bước dẫn xuất tiếp theo tập trung vào việc khai thác cấu trúc giải tích của các trường xấp xỉ nhằm thu được biểu thức tường minh cho từng thành phần lực.

2.3.1. Thành phần lực bất ổn

$$\vec{F}_1(t) = \frac{d}{dt} \iint_{D(t)} \vec{v} dS$$

Thành phần chiếu theo Ox :

$$F_{1x}(t) = \frac{d}{dt} \iint_{D_0(t)} u_n(x, y, t) dx dy = \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij}(t) \iint_{D_0(t)} x^i y^j dx dy$$

Đối với miền đĩa tròn bán kính R ($x = r \cdot \cos\theta$; $y = r \cdot \sin\theta$), ta có:

$$F_{1x}(t) = \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij}(t) \int_0^{2\pi} \int_0^R (r \cdot \cos\theta)^i (r \cdot \sin\theta)^j r \cdot dr d\theta$$

$$F_{1x}(t) = \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij}(t) \frac{R^{i+j+2}}{i+j+2} \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^i (\sin\theta)^j d\theta \quad (4)$$

Tương tự, thành phần chiếu theo Oy :

$$F_{1y}(t) = \frac{d}{dt} \iint_{D_0(t)} v_n(x, y, t) dx dy$$

$$F_{1y}(t) = \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} b_{ij}(t) \frac{R^{i+j+2}}{i+j+2} \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^i (\sin\theta)^j d\theta \quad (5)$$

Với $a_{ij}(t)$ và $b_{ij}(t)$ là các hệ số của trường vận tốc $u_n(x, y, t)$ và $v_n(x, y, t)$ (Văn Tuệ & Tường Vi, 2023).

2.3.2. Thành phần lực đối lưu

$$\vec{F}_2(t) = \int_{\partial D_f(t)} \vec{v}(\vec{v} \cdot \vec{n}) dl = \int_0^{2\pi} \vec{v}[(\vec{v}) \cdot \vec{n}] R d\theta$$

Véc tơ pháp tuyến trên biên của miền đĩa tròn $\vec{n} = \{\cos\theta, \sin\theta\}$

$$\vec{F}_2(t) = \begin{cases} F_{2x}(t) = \int_0^{2\pi} u_n(x, y, t) \cdot [u_n(x, y, t) \cdot \cos\theta + v_n(x, y, t) \cdot \sin\theta] R d\theta \\ F_{2y}(t) = \int_0^{2\pi} v_n(x, y, t) \cdot [u_n(x, y, t) \cdot \cos\theta + v_n(x, y, t) \cdot \sin\theta] R d\theta \end{cases}$$

Sau khi biến đổi, ta được:

$$F_{2x}(t) = \sum_{i=0}^{2n} \sum_{j=0}^{2n-i} R^{i+j+1} \left[c_{ij}(t) \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^{i+1} (\sin\theta)^j d\theta + d_{ij}(t) \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^i (\sin\theta)^{j+1} d\theta \right] \quad (6)$$

$$F_{2y}(t) = \sum_{i=0}^{2n} \sum_{j=0}^{2n-i} R^{i+j+1} \left[d_{ij}(t) \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^{i+1} (\sin\theta)^j d\theta + e_{ij}(t) \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^i (\sin\theta)^{j+1} d\theta \right] \quad (7)$$

Trong đó, $c_{ij}(t)$ là hệ số của u_n^2 ; $d_{ij}(t)$ là hệ số của $u_n \cdot v_n$ và $e_{ij}(t)$ là hệ số của v_n^2 (Văn Tuệ & Tường Vi, 2023).

2.3.3. Thành phần lực do áp suất gây ra

$$\vec{F}_3(t) = \int_{\partial D_f(t)} p \cdot \vec{n} dl = \int_0^{2\pi} p \cdot \vec{n} R d\theta$$

Các thành phần hình chiếu của $\vec{F}_3(t)$ theo các phương Ox và Oy :

$$F_{3x}(t) = \int_0^{2\pi} p \cos\theta R d\theta = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} p_{ij}(t) R^{i+j+1} \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^{i+1} (\sin\theta)^j d\theta \quad (8)$$

$$F_{3y}(t) = \int_0^{2\pi} p \sin\theta R d\theta = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} p_{ij}(t) R^{i+j+1} \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^i (\sin\theta)^{j+1} d\theta \quad (9)$$

Với $p_{ij}(t)$ là hệ số của trường áp suất $p_n(x, y, t)$ (Văn Tuệ, 2025).

2.3.4. Thành phần lực ma sát nhớt

$$\vec{F}_4(t) = \int_{\partial D_f(t)} \text{grad } \vec{v} \cdot \vec{n} dl$$

Các thành phần hình chiếu của $\vec{F}_4(t)$ theo các phương Ox và Oy :

$$F_{4x}(t) = \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial u_n(x, y, t)}{\partial x} \cos\theta + \frac{\partial u_n(x, y, t)}{\partial y^*} \sin\theta \right) R d\theta$$

$$F_{4y}(t) = \int_0^{2\pi} \left(\frac{\partial v_n(x, y, t)}{\partial x} \cos\theta + \frac{\partial v_n(x, y, t)}{\partial y} \sin\theta \right) R d\theta$$

Sau khi biến đổi, ta được:

$$F_{4x}(t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} (i+j) \cdot a_{ij}(t) \cdot R^{i+j-1} \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^i (\sin\theta)^j d\theta \quad (10)$$

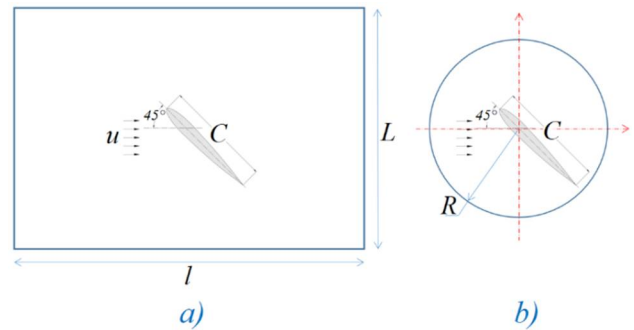
$$F_{4y}(t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} (i+j) \cdot b_{ij}(t) \cdot R^{i+j-1} \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^i (\sin\theta)^j d\theta \quad (11)$$

3. KẾT QUẢ VÀ THẢO LUẬN

Trong nghiên cứu này, kết quả của phương pháp đề xuất đã được đối chiếu với dữ liệu mô phỏng số của T. Jardin (Jardin, 2009), thu được từ các mô phỏng CFD bằng phần mềm Star CCM⁺ 9 và đã được công bố trong các bài báo quốc tế liên quan.

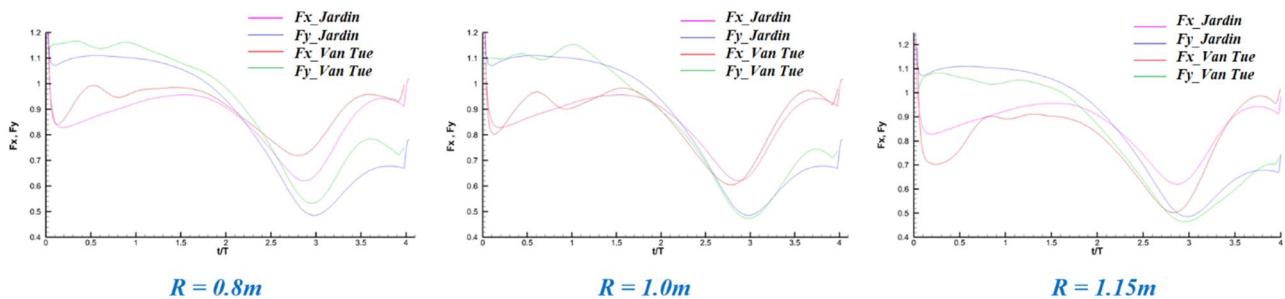
Trong nghiên cứu của Jardin, đối tượng nghiên cứu là profile NACA0012 ngập trong dòng chảy với góc tới 45°, các thông số đầu vào tương ứng với dòng chảy tầng với $Re = \frac{u \cdot c}{\nu} = 1000$. Miền tính toán hình chữ nhật với kích thước $l = 3.26m$; $L = 2.34m$ (Hình 3a). Trong nghiên cứu của mình, tác giả sử dụng các trường vận tốc và áp suất được xấp xỉ dưới dạng các hàm đa thức với bậc 25, miền tính toán có bán kính R thay đổi trong khoảng từ 0.8m – 1.15m (Hình 3b).

Khi bán kính miền tích phân R thay đổi trong khoảng khảo sát, các giá trị lực thu được hầu như không thay đổi, cho thấy phương pháp đề xuất ít nhạy cảm với lựa chọn kích cỡ miền tính toán.



Hình 3. Mô hình nghiên cứu của hai phương pháp

Từ (Hình 4) có thể thấy rằng cả hai phương pháp cho kết quả phù hợp rất tốt, không chỉ về giá trị trung bình mà còn về xu thế biến thiên theo thời gian của các thành phần lực. Điều này cho thấy phương pháp đề xuất có khả năng tái hiện chính xác các thành phần lực thủy động. Đặc biệt, việc sử dụng miền tích phân dạng đĩa tròn mang lại lợi thế rõ rệt khi mở rộng sang các bài toán profile dao động, nơi miền hình chữ nhật truyền thống gặp nhiều hạn chế về mặt hình học.



Hình 4. So sánh kết quả giữa các phương pháp

Những kết quả trên cho thấy phương pháp tính lực dựa trên phương trình cân bằng động lượng với miền tích phân dạng đĩa tròn là một công cụ hiệu quả và ổn định. Đây là cơ sở để áp dụng phương pháp cho các bài toán phức tạp hơn, đặc biệt là các trường hợp dòng chảy không ổn định và profile chuyển động.

Lời cảm ơn:

Tác giả xin bày tỏ lời cảm ơn chân thành tới GS.TS Laurent DAVID, TS Frédéric PONS, TS Benoit TREMBLAIS và tập thể các nhà nghiên cứu tại Phòng thí nghiệm HydÉE, Viện Pprime, Trường Đại học Poitiers, Cộng hòa Pháp. Những hỗ trợ và trao đổi khoa học trong suốt quá trình nghiên cứu đã tạo điều kiện quan trọng để tác giả đạt được các kết quả trình bày trong bài báo này.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- Văn Tuệ, N. & Tường Vi, N., (2023). "Mô hình hóa trường véc tơ vận tốc bằng đa thức trực giao Legendre". Tạp chí Khoa học Kỹ thuật Thủy lợi & Môi trường, 6, 84(1859-3941), pp. 11-16.
- Văn Tuệ, N., (2025). "Mô hình hóa dòng chảy và ứng dụng phương trình Navier-Stokes trong tính toán trường áp suất". Tạp chí Khoa học Kỹ thuật Thủy lợi & Môi trường, 6, 94(1859-3941), pp. 80-84.
- David, L., Jardin, T. & Farcy, A., (2009). "On the non-intrusive evaluation of fluid forces with the momentum equation approach". Measurement Science and Technology_Meas. Sci. Technol, Volume 20, 095401.
- Jardin, T., (2009). *Analyse numérique et expérimentale de la sustentation par vol battu*. Application aux micro-drones, Poitiers: PhD thesis, Université de Poitiers.
- Jardin, T., Chatellier, L., Farcy, A. & David, L., (2009). "Correlation between vortex structures and unsteady loads for flapping motion in hover". Experiments in Fluids, Volume 47, pp. 655-664.
- Kurtulus, D. F., Scarano, F. & David, L., (2007). "Unsteady aerodynamic forces estimation on a square cylinder by TR-PIV". Exp Fluids, Volume 42, p. 185–196.
- Noca, F., Shiels, D. & Jeon, D., (1999). "A comparison of methods for evaluating time-dependent fluid dynamic forces on bodies, using only velocity fields and their derivatives". Journal of Fluids and Structures, Volume 13, pp. 551-578.
- Oudheusden, B. W. v. et al., (2007). "Evaluation of integral forces and pressure fields from planar velocimetry data for incompressible and compressible flows". Exp Fluids, Volume 43, p. 153–162.

Abstract:

A METHOD FOR DETERMINING HYDRODYNAMIC FORCES ACTING ON A PROFILE USING MOMENTUM BALANCE EQUATIONS AND POLYNOMIAL APPROXIMATIONS

In this paper, a method for determining the hydrodynamic forces acting on a wing profile in an incompressible fluid flow is presented. The method is based on the momentum balance equation using digitized velocity and pressure fields. The novelty of the proposed approach lies in the selection of a circular integration domain surrounding the profile, which enables an effective application to problems involving oscillating profiles. On this basis, the hydrodynamic force components are explicitly derived and analyzed, allowing a clear interpretation of the contribution of different physical mechanisms to the resultant force. The obtained results provide a foundation for applications in unsteady fluid dynamics and fluid–structure interaction problems.

Keywords: Momentum balance equation, drag force, lift force, polynomial interpolation and approximation, non-intrusive measurement.

Ngày nhận bài: 06/02/2026

Ngày chấp nhận đăng: 18/3/2026